

# 磨片精磨区间隙内纤维的轨迹分析及模型建立

花 军, 陈光伟, 林晓亮, 郜云波, 姜俊声

(东北林业大学机电工程学院, 哈尔滨 150040)

**摘要:** 通过对磨片精磨区间隙内纤维的运动分析, 讨论纤维在解离过程中的流动状态, 阐述纤维的流体特性; 根据流体力学的运动学原理对纤维流体的运动进行速度求解, 得出磨片精磨区间隙内纤维流体的运动模型, 并建立纤维流体在精磨区内的运动轨迹方程, 利用 Matlab 绘出纤维运动的轨迹图像。研究表明, 纤维流体在精磨区内的流动属于库特流动, 并符合 NAVIER 提出的“线性滑移模型”; 其运动轨迹呈螺旋线形, 并受磨片转速、磨片间隙、磨片齿倾角的影响。

**关键词:** 机械设计; 轨迹模型; 流体运动分析; 精磨; 纤维分离

中图分类号: TS642 文献标识码: A 文章编号: 1674-2850(2017)14-1544-07

## Trajectory analysis and model establishment of fibers in fine grinding area clearance of refining plates

HUA Jun, CHEN Guangwei, LIN Xiaoliang, GAO Yunbo, JIANG Junsheng

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Northeast Forestry University, Harbin 150040, China)

**Abstract:** Through kinematic analysis for fibers in fine grinding area clearance of refining plates, the flow states of fibers during separation were discussed. The fluid characteristics of fibers were described. According to the kinematic principle of fluid mechanics, the velocity of the fiber fluid was solved and the trajectory model and equation of fiber fluid in the fine grinding zone were established. The trajectory images of fiber fluid were drawn through the software Matlab. Results indicate that the flow of the fiber fluid in the fine grinding area obeys the Couette flow and obeys “Linear slipping model” proposed by NAVIER. The trajectory of fiber fluid is spiral and influenced by speed, clearance and tooth inclination of refining plates.

**Key words:** mechanical design; trajectory model; fluid movement analysis; fine grinding; fiber separation

## 0 引言

随着纤维板市场应用广度不断增大、质量要求水平不断提高, 对纤维板主体原料——纤维的质量也有更高要求。纤维制备最常用的方法是热磨法, 热磨法利用磨盘带动磨片对蒸煮过的纤维原料进行研磨和解离, 使纤维原料在动、静磨片的相对旋转过程中依次经过磨片破碎区、粗磨区和精磨区的磨齿, 靠磨齿对纤维原料的作用频数使纤维的长度和径级达到合格要求。

目前, 德国安德里茨集团等纤维分离设备制造制造企业主要研究木材原料的形态、含水率与纤维质量、设备能耗之间的关系<sup>[1]</sup>, 其他研究多是建立磨齿对纤维作用的力学模型, 通过模型分析和实验验证得到磨齿的齿形参数与纤维分离强度、能量消耗等的关系<sup>[2-3]</sup>。纤维在磨片内研磨时的运动速度和运动轨迹决定着磨片磨齿对纤维的作用频数, 进而决定纤维的质量, 而目前对于这方面的研究较少。

磨片的破碎区和粗磨区主要是对蒸煮过的木片进行破碎和初步解离, 使粗纤维到达精磨区进行更细

基金项目: 高等学校博士学科点专项科研基金 (20130062110005)

作者简介: 花军 (1959—), 男, 教授, 主要研究方向: 林业与木工机械制造自动化及智能化、木材科学与技术、机械设计及理论。  
E-mail: huajun81@163.com

化的研磨。在磨片的精磨区间隙内, 纤维的运动特征具有与流体极相似的总体行为模式<sup>[4]</sup>。精磨区内做相对运动的纤维之间存在较大的黏性切应力, 纤维与磨片之间又有较强的黏附性, 符合黏性流体运动的特点和标志; 相互挤压和粘连状态下的纤维流体由连续介质组成, 具有连续性的特点和标志。鉴于纤维的流动性与连续性, 本文将运用流体运动学理论对纤维流体进行运动分析, 并对运动轨迹进行模型建立。

### 1 纤维流体运动的速度求解

纤维流体处在动、静磨片之间, 由于动磨片的旋转运动, 纤维流体会随着动磨片做圆周运动, 磨片的径向齿存在一定的齿倾角, 纤维在做圆周运动的同时, 会因为径向齿的导向作用沿着径向齿齿槽向磨片外扩散。因此, 设某一控制体  $M$ , 将  $M$  在磨片间隙内的运动速度  $v$  分解为围绕磨片中心的圆周运动  $u$  和沿着径向齿的扩散运动  $w$ , 如图 1 所示。图 1 中,  $M$  的位置矢量为  $r$ ,  $M$  与磨片中心  $O$  的连线与  $x$  轴夹角为  $\theta$ , 磨齿的齿倾角为  $\varphi$ , 磨片的精磨区内径为  $r_0$ 。

#### 1.1 纤维流体的圆周速度

为方便求解, 将动、静两个圆环磨片展成两个平行平板, 采用流体平行平板间缝隙流动模型进行分析<sup>[5]</sup>。如图 2 所示, 以静磨片上表面为  $x$  轴所在面建立坐标系,  $z$  轴指向磨片厚度方向。设动、静磨片的间隙为  $h_g$ , 控制体  $M$  所到达的位置半径为  $r$ , 圆周运动的角速度为  $\omega$ , 半径为  $r$  处的动磨片线速度为  $v$ , 则  $M$  沿着  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向的运动速度  $v_x$ 、 $v_y$ 、 $v_z$  分别为

$$\begin{cases} v_x = u = \omega r, \\ v_y = 0, \\ v_z = 0. \end{cases} \tag{1}$$

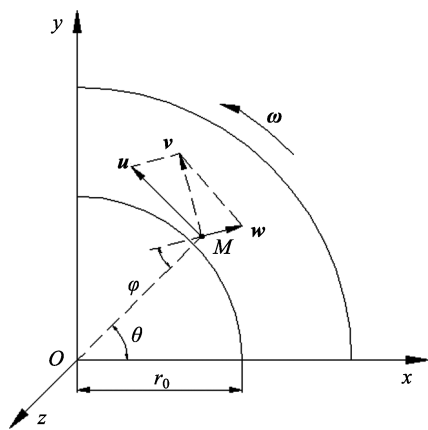


图 1 控制体  $M$  的速度合成

Fig. 1 Motion synthesis of control volume  $M$

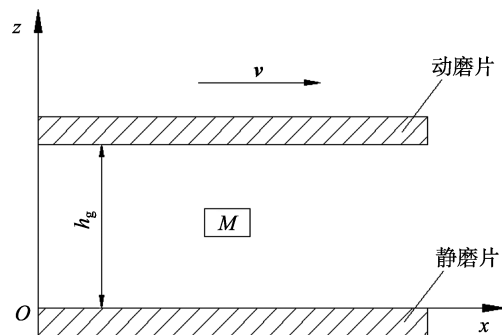


图 2 流体平行平板间缝隙流动模型

Fig. 2 Flow model of fluid paralleling to plate clearance

将动、静磨片间的纤维流体视为不可压缩流体, 则由不可压缩流体的连续性方程, 有

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0. \tag{2}$$

对式 (2) 进行求解, 得

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} = 0.$$

流体力学中, 黏性流体运动的微分方程为

$$\begin{cases} X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 v_x = \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z}, \\ Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 v_y = \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z}, \\ Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 v_z = \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z}, \end{cases} \quad (3)$$

其中,  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  分别为作用于单位质量流体的体积力沿  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向的分量;  $\nabla$  为哈密尔顿算子,

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}.$$

磨片对纤维的作用力较大, 而精磨区内的纤维质量较小, 因此, 纤维的体积力  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  可以忽略不计。由式 (3) 可得

$$\begin{cases} -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} = 0, \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0. \end{cases} \quad (4)$$

由于动、静磨片的中心对称性, 同一半径的圆周面可认为是等压面, 即

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0,$$

从而得到

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial z} = 0. \quad (5)$$

由式 (5), 将式 (4) 简化为  $z$  的函数, 即

$$\frac{d^2 v_x}{dz^2} = \frac{d^2 u}{dz^2} = 0. \quad (6)$$

设动磨片转动的角速度为  $\omega_0$ , 动、静磨片之间的间隙在  $z$  方向的值为  $h_g$ , 由边界条件

$$\begin{aligned} z = 0, \quad v_z &= 0, \\ z = h_g, \quad v_z &= \omega_0 r, \end{aligned}$$

解得控制体  $M$  在磨片间隙内的周向速度表达式为

$$u = \frac{\omega_0 r}{h_g} z. \quad (7)$$

由周向速度表达式[式 (7)]看出, 纤维在磨片间隙内的圆周运动速度是关于角速度、磨片间隙及位置半径的函数。当  $z = h_g$  时, 即与动磨盘磨片接触的纤维层速度与动磨片相同; 当  $z = 0$  时, 即与静磨盘磨片接触的纤维层静止不动, 两层之间的纤维由于自身的黏性作用, 运动速度呈线性分布, 该流动与流体力学中的库特流动形式相同<sup>[6]</sup>。磨片间隙内的纤维流体速度分布如图 3 所示。

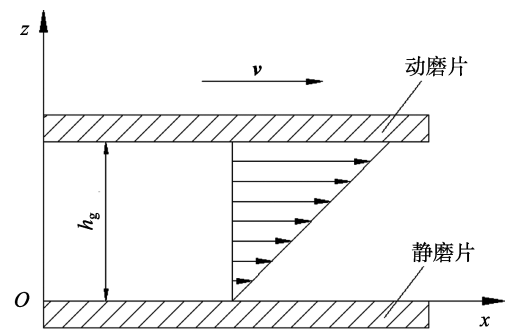


图 3 纤维流体流动的速度分布

Fig. 3 Flow velocity distribution of fiber fluid

## 1.2 纤维流体的扩散速度

由于磨片表面存在径向齿, 磨片精磨区间隙内纤维遇到径向齿的作用时, 受齿倾角的影响, 纤维的相对速度垂直于齿面方向的分量因能量损失削减为 0, 而平行于齿面方向的分量将会使纤维沿着磨齿的延伸方向向外扩散。由于周向速度与磨齿齿面的夹角为  $\pi/2+\varphi$ , 则纤维的扩散速度为

$$w = \frac{\omega_0 r}{h_g} z \sin \varphi. \quad (8)$$

纤维的扩散速度表达式[式(8)]表明磨片精磨区间隙内纤维的扩散运动同样符合库特流动, 其表达式与圆周速度基本相同, 但是由于齿倾角的存在, 扩散速度会受齿倾角的影响, 齿倾角的设置决定着纤维在精磨区扩散时间的长短, 合理的齿倾角能保证纤维良好的研磨质量。由于磨片角速度和间隙一定, 纤维的圆周速度和扩散速度会因不同的  $z$  值、 $r$  值而不同,  $z$  值相同的流体层面上, 纤维的位置半径  $r$  会随着扩散不断增大, 而扩散速度的值也会随之不断变大。

## 1.3 纤维流体的合成速度

由余弦定理, 纤维合成速度的大小可以通过圆周速度和扩散速度的合矢量进行求解, 即

$$2 \cdot \frac{\omega_0 r}{h_g} \cdot z \cdot \frac{\omega_0 r}{h_g} z \sin \varphi = \left(\frac{\omega_0 r}{h_g} z\right)^2 + \left(\frac{\omega_0 r}{h_g} z \sin \varphi\right)^2 - v^2, \quad (9)$$

解出合成速度大小为

$$v = \frac{\omega_0 r}{h_g} z \cos \varphi. \quad (10)$$

式(10)表明, 与圆周速度和扩散速度类似, 纤维在磨片精磨区间隙内的合成速度同样受磨片间隙、磨片角速度及磨齿倾角的影响。动磨片的角速度、磨片的间隙、纤维的位置半径、不同  $z$  值的流体层面以及径向齿的齿倾角均会影响纤维流体的速度方向和大小, 从而决定纤维在磨片间隙内的运动轨迹, 影响其运动过程中所受磨齿作用的强度和时间的。

## 1.4 纤维流体速度的修正

由于磨片间隙较小, 纤维在被磨片解离的过程中, 纤维内部存在较大黏性, 一方面会因动磨片较大的旋转角速度出现流动滞后现象, 另一方面也会受到整体的拖拽作用。因此, 动磨片附近纤维流体的旋转角速度会小于动磨片, 而静磨片附近的纤维流体速度也不会为 0, 在磨片间隙一定时, 纤维线性分布的变化率就会减小, 即会产生线性滑移, 滑移速度的大小与  $h_g$  成反比, 其运动模型符合 NAVIER 提出的“线性滑移模型” [7-8], 图 4 所示即为磨片间隙内纤维流体的分布规律。

基于以上分析, 对纤维的速度表达式[式(7)、式(8)和式(10)]进行修正, 考虑到纤维的拖拽和滞后现象是由于纤维内部存在黏性和磨片表面粗糙度的原因。针对黏性因素, 引入修正参数  $B_v$  和  $d$ , 如图 4 所示,  $d$  为纤维底层到速度为零的虚拟点  $O'$  的距离, 其中,  $B_v$  为纤维运动速度滞后的倍率系数。针对拖拽作用, 考虑到磨盘间隙内纤维流体厚度很小, 由于表面粗糙度的存在, 认为动磨片对整个纤维流体层的拖拽效果相同, 则修正后的速度表达式为

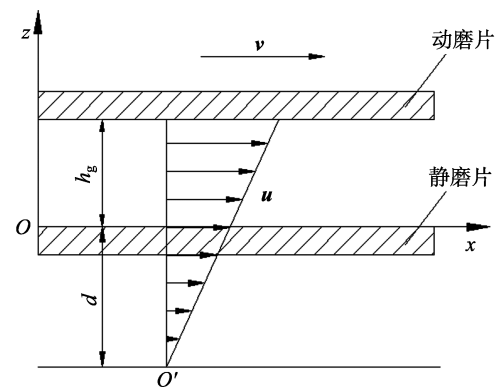


图 4 纤维流体线性滑移模型

Fig. 4 Linear slipping model of fiber fluid

$$\begin{cases} u = \frac{\omega_0 r}{B_v(h_g + d)}(z + 1), \\ w = \frac{\omega_0 r}{B_v(h_g + d)}(z + 1)\sin\varphi, \\ v = \frac{\omega_0 r}{B_v(h_g + d)}(z + 1)\cos\varphi. \end{cases} \quad (11)$$

$B_v$  和  $d$  的大小无法通过理论确定, 也难以通过实验测量, 但可以通过生产设备年产量和热磨机及磨片的相关参数进行估算。

设一台年产量为  $V_a$  的热磨机, 通过换算得出纤维的每秒产出率  $V_s$ , 设磨片外径为  $R_0$ , 齿高为  $h_c$ , 则磨片间隙内纤维流体的出口面积为

$$S = 2\pi R_0(h_g + h_c). \quad (12)$$

设纤维流体垂直于磨片方向的出口速度大小为  $v_s$ , 则有

$$v_s = \frac{V_s}{2\pi R_0(h_g + h_c)} = w\cos\varphi = \frac{\omega_0 R_0}{2B_v(h_g + d)}(z + 1)\sin(2\varphi), \quad (13)$$

此时应取  $z=h_g/2$ , 则将  $B_v$  和  $d$  的估算转换为对  $B_v(h_g+d)$  的计算, 估算式为

$$B_v(h_g + d) = \frac{\omega_0 R_0(h_g + 2)}{4v_s}\sin(2\varphi), \quad (14)$$

由此可以得到纤维扩散速度、圆周速度及合成速度的计算式为

$$\begin{cases} u = \frac{4v_s r}{R_0(h_g + 2)\sin(2\varphi)}(z + 1), \\ w = \frac{4v_s r}{R_0(h_g + 2)\cos\varphi}(z + 1), \\ v = \frac{4v_s r}{R_0(h_g + 2)\sin\varphi}(z + 1). \end{cases} \quad (15)$$

式(15)即为磨片间隙内纤维流体的速度计算式。由式(15)可以看出, 当年产量确定的某一热磨机磨片外径、磨片间隙、齿倾角等磨片参数已知时, 不同位置半径  $r$ 、纤维流体层  $z$  处纤维的圆周运动、扩散运动和合成速度可求。

## 2 纤维流体运动轨迹的求解

根据所求的纤维运动速度计算式, 在极坐标下可以求得纤维流体运动轨迹模型, 当控制体  $M$  由如图5所示的位置经过  $dt$  时间以速度  $v$  到达  $M'$  处, 半径由  $r$  变为  $r+dr$ , 对应的转角为  $d\theta$ , 根据余弦定理得

$$2r(r + dr)\cos(d\theta) = r^2 + (r + dr)^2 - \left[\frac{4rv_s}{R_0(h_g + 2)\sin\varphi}(z + 1)dt\right]^2. \quad (16)$$

当  $dt$  趋于无穷小时,  $\cos(d\theta)$  趋于 1, 则将式(16)做简化处理, 得

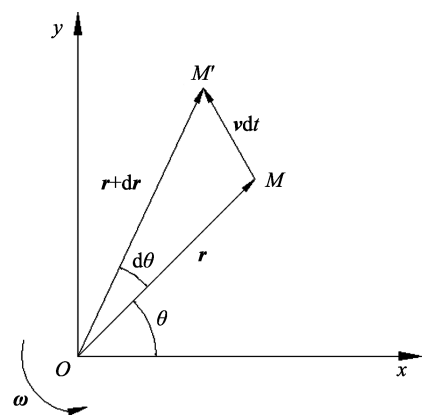


图5 纤维在磨片间隙内的运动  
Fig. 5 Motion of fiber in refining plates clearance

$$\frac{dr}{r} = \frac{4rv_s}{R_0(h_g + 2)\sin\varphi}(z + 1)dt, \tag{17}$$

解微分方程 (17)，得

$$r = C_0 e^{\frac{4rv_s}{R_0(h_g + 2)\sin\varphi}(z+1)t}, \tag{18}$$

当  $t=0$  时， $r=r_0$ ，即  $C_0=r_0$ ，代入式 (18) 得

$$r = r_0 e^{\frac{4rv_s}{R_0(h_g + 2)\sin\varphi}(z+1)t}. \tag{19}$$

式 (19) 即为磨片精磨区间隙内纤维的运动轨迹模型。

由模型可知，其轨迹形状与磨片规格、磨片间隙、磨齿齿倾角、纤维的位置半径以及纤维流体层面有关，它们共同影响纤维的流动轨迹，从而影响纤维在磨片间隙内的研磨时间与研磨质量。现以某台年产量为 15 万  $m^3$  的国产热磨机与磨片的相关参数为例<sup>[9]</sup>，利用 Matlab 绘制出磨片间隙内某纤维控制体的运动轨迹，如图 6 所示。其轨迹模型中的各项参数如表 1 所示。

由图 6 可以看出，精磨区的纤维在  $z=0.15$  的流体层面上运动的轨迹呈螺旋形。当  $z$  值减小时，相同  $r$  值时的扩散速度减小，因此研磨时间延长，由于  $\omega_0$  为定值，则轨迹线的圈数增多，受磨齿作用的频数也增多，纤维研磨得也就更充分。

### 3 结论

1) 精磨区间隙内纤维的圆周运动、扩散运动和合成运动均属于库特流动，其速度大小受磨片间隙、动磨片角速度、径向齿齿倾角影响，不同纤维流体层及不同位置半径的纤维速度大小不同。

2) 纤维的运动符合 NAVIER 提出的“线性滑移模型”，即会受到磨片表面粗糙度和纤维流体黏度的影响；磨片表面粗糙度及不同的纤维流体黏度会改变纤维沿厚度方向线性分布的规律。

3) 精磨区内纤维流体的运动轨迹为螺旋形，轨迹形状与磨片规格、磨片间隙、磨齿齿倾角、纤维的位置半径以及流体层面有关，这些参数共同决定了纤维流体的轨迹走向，影响了磨片磨齿对纤维的作用时间，从而决定了纤维的研磨质量。

总之，不同纤维流体层上的螺旋轨迹圈数各不相同，纤维所受磨齿作用强度和时间的也各不相同，因此合理选择磨齿参数对于获得优质纤维具有重要意义。

#### [参考文献] (References)

[1] 沈毅，方普新. 热磨机 20 年发展的回顾[J]. 中国人造板，2011，18 (3): 130-133.  
 SHEN Y, FANG P X. A review of 20 years development of refiner[J]. China Wood-Based Panels, 2011, 18(3): 130-133. (in Chinese)

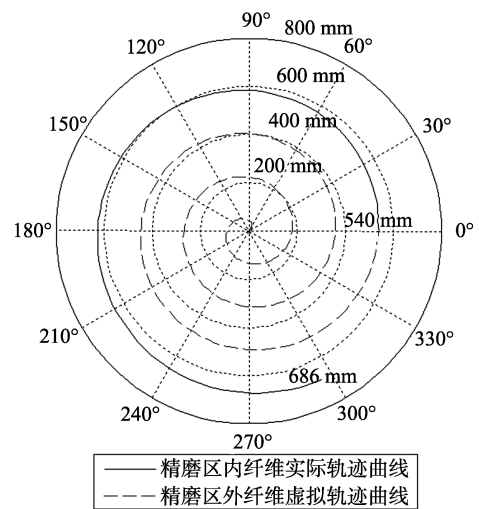


图 6 纤维在磨片精磨区间隙内的运动轨迹  
 Fig. 6 Trajectory of fibers in fine grinding area clearance of the refining plates

表 1 热磨机及磨片参数

Tab. 1 Parameters of refiner and plates

$r_0/mm$	$R_0/mm$	$V_d/m^3$	$h_g/mm$	$\varphi/^\circ$	$z/mm$
1 080	1 372	150 000	0.3	30	0.15

- [2] 吴江, 潘东杰, 黄列群, 等. 我国热磨机磨片的研究应用及发展[J]. 铸造技术, 2015 (10): 2443-2447.  
WU J, PAN D J, HUANG L Q, et al. Study on the application and development of Chinese defibrator discs[J]. Foundry Technology, 2015(10): 2443-2447. (in Chinese)
- [3] 陈光伟, 花军, 纪伟, 等. 磨片结构对纤维分离过程中能量转换机理的影响[J]. 东北林业大学学报, 2010, 38 (8): 109-110, 114.  
CHEN G W, HUA J, JI W, et al. Effects of abrasive disc structure on energy transformation during fiber separation[J]. Journal of Northeast Forestry University, 2010, 38(8): 109-110, 114. (in Chinese)
- [4] 花军, 陈光伟, 刘龙, 等. 纤维在研磨流场区域流动状况的数值模拟[J]. 东北林业大学学报, 2015 (4): 113-118, 130.  
HUA J, CHEN G W, LIU L, et al. Numerical simulation of fiber flow conditions in the grinding area[J]. Journal of Northeast Forestry University, 2015(4): 113-118, 130. (in Chinese)
- [5] 唐婉容, 王璐. 平行平板流动腔的研究进展[J]. 口腔材料器械杂志, 2012, 21 (2): 96-97, 103.  
TANG W R, WANG L. Research progress of parallel plate flow chamber[J]. Chinese Journal of Dental Materials and Devices, 2012, 21(2): 96-97, 103. (in Chinese)
- [6] JAMAL M S. Fluid flow hand book[M]. London: McGraw-Hill Education, 2002.
- [7] LEE T, CHARRAULT E, NETO C. Interfacial slip on rough, patterned and soft surfaces: a review of experiments and simulations[J]. Advances in Colloid and Interface Science, 2014, 210: 21-38.
- [8] 栗心明, 郭峰, 黄柏林. 高压条件下界面滑移长度的定量测量[J]. 摩擦学学报, 2012, 32 (1): 34-39.  
LI X M, GUO F, HUANG B L. Quantitative measurement of interfacial slip length under high pressure[J]. Tribology, 2012, 32(1): 34-39. (in Chinese)
- [9] 谭守侠, 周定国. 木材工业手册[M]. 北京: 中国林业出版, 2006.  
TAN S X, ZHOU D G. Wood industry handbook[M]. Beijing: China Forestry Publishing House, 2006. (in Chinese)