基于不规则分布数据 TIN 的建立与研究

张占阳

（长安大学地测学院，西安 710054）

摘要：不规则三角形网络（triangulated irregular net-work，TIN）的建立是数字高程矩阵（digital elevation model，DEM）数据处理中最常遇到的问题。主要讨论利用不同的剖分准则并采用一定的建网方法构建 TIN 的过程，并对一些有可能实现的算法进行深入探讨，同时阐述 TIN 数据的相关存储结构，得出在实际运用过程中可以视需要选择不同的剖分算法建网的结论。

关键词：地理信息系统；不规则三角形网络；三角剖分准则；三角网增长算法

中图分类号：P208　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1674-2850(2010)08-1641-5

Establishment and research of TIN based on irregular distributed data

ZHANG Zhanyang

(*College of Geology Engineering and Geomatics*, *Chang'an University*, *Xi'an* 710054, *China*)

Abstract: Establishing of triangulated irregular net-work (TIN) triangles is the most commonly encountered problem in digital elevation model (DEM) data processing. Here this paper mainly discusses the guidelines for different mesh network, uses a method to build a TIN, and makes a exploration and research on some possible achieved algorithms. At the same time, it sheds light on the relevant data storage structure of TIN and so on, and draws the conclusion that different algorithms can be selected for building mesh networks according to demands in pratical application.

Key words: geographic information system; triangulated irregular net-work; triangulation criteria; growth algorithm of the triangulation

0 引言

对于复杂的地表形态一般采用构建三角形网络进行拟合，即可以用数学表面来代替传统意义上的实际地球表面[1~3]。TIN 是用一系列互不交叉、互不重叠且连接在一起的三角形来表示地形表面，也就是可以对已采集规则或不规则分布的地理数据进行三角建网，当整个区域的 TIN 网络建立之后，就可以对 TIN 数据进行处理和应用，如 TIN 转换成 DEM 等高线、地层剖面分析、流域计算及可视性分析等[4~6]。

1 TIN 数据存储结构

实际野外数据收集中采集的一般都是点状数据，即采集时使用测量仪器收集到的是地表每个测量站点的点号及相关地理坐标。要形成 TIN 就必须建立点和点之间的联系以及每个 TIN 三角形之间的联系[7]。为数据运算处理的高效性，对采集的地理数据在室内进行数据读取时又加以规划，分成以下几类分别存储，如表 1 所示。

根据以往经验，一个良好的存储结构对于软件的开发和程序的执行至关重要，因为它不仅能够使程序在读取不同格式数据的基础上大大减少读取的复杂度和时间，而且能够大幅提高程序的执行效率，并且也方便后续各种对数据的处理和应用研究等。这样，测量的点状数据读取结束后，就可以在 TIN 的建立过程中建立边类和三角形类，并根据点状数据通过相应算法将其相关信息存储到对应的边和三

作者简介：张占阳（1986－），男，硕士研究生，主要研究方向：地图制图学与地理信息工程. E-mail：huzi325652@126.com

表 1 TIN 各元素存储表

Tab. 1 Storage table of the TIN elements

TIN 点	点号	x 坐标	y 坐标	h 坐标
TIN 边	边号	该边的第一个点的点号	该边的第二个点的点号	
TIN 三角形	三角形号	第一个边号	第二个边号	第三个边号

角形中，这就涉及到了 TIN 的建立。图 1 为利用程序软件读取野外采样数据后显示于界面的 TIN 点状数据。由图 1 可知，野外数据采集后，就可以将采集到的数据导入到计算机中或转换为软件指定的读取格式，而后在软件对数据进行读取的过程中先将所有的采集数据进行 TIN 点类归类。

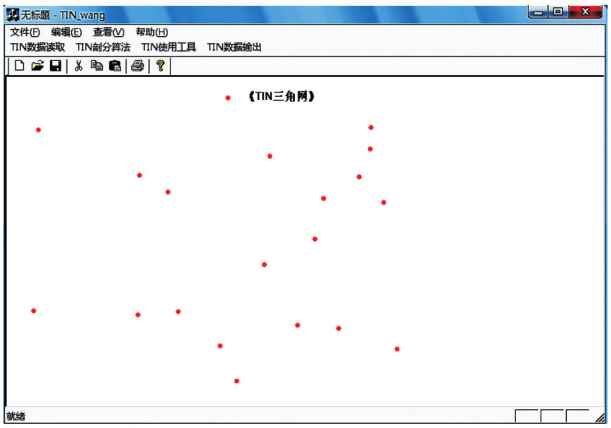


图 1 野外采集数据图

Fig. 1 Map of collecting data in field

2 TIN 的建立

2.1 三角网增长算法

高效率、高精度、适用面广的算法是 TIN 建立中重要的一环。TIN 的建立算法一般有3 种：分割合并算法、逐点插入算法和三角网生长算法。分割合并算法效率最高，但对约束数据域不太合适，同时，由于是递归执行，内存开销较大；逐点插入法虽然实现过程相对简单，所需内存较小，但它的时间复杂度高；三角网增长算法虽然构网速度较慢、较难实现，但适合于约束数据域，但形成的 TIN 相对来说比较稳定[8]。

下面的例子采用的是三角网生长算法，三角网生长算法就是从一个“源”开始，逐步形成覆盖整个区域的 TIN. 从生长过程角度，三角网生长算法分为收缩生长算法和扩张生长算法 2 种。收缩生长算法是先形成整个数据域的数据边界（凸克），并依此作为源头，逐步缩小以形成整个 TIN. 收缩生长算法与数据点的分布密度有关，实际情况往往会比较复杂，例如当边界收缩后一个完整的区域可能会分解成若干个相互独立的子区域，这就增加了三角剖分的复杂性。扩张生长算法与收缩生长算法恰好相反，该算法是从一个三角形开始向外层层扩展，最终形成覆盖整个区域的 TIN 三角网。

需要注意的是：建立起一个三角形后，再以每条边为基边进行扫描时，新扫描的点与当前基边对应的三角形的顶点必须在当前基边的异侧。如 A，B，C 3 点构成一个 TIN 三角形，若以 A，B 2 点组成的边作为一条基边 AB，则当前扫描点 i 必须与 C 点位于基边 AB 的异侧，即需要确定基边 AB 的直线方程 $y = k * x - B$，当 $A.x! = B.x$ 时，将 i 点和 C 点分别代入到方程中，使得 $y(i) - k * x(i) - B$ 与 $y(C) - k * x(C) - B$ 的乘积小于 0；当 $A.x = = B.x$ 时，若 $x(i) - A.x$ 与 $x(C) - A.x$ 的乘积小于 0，则 i 点和 C 点位于基边 AB 的异侧。这样就避免了各个 TIN 三角形边的相交问题。

2.2 张角最大准则构建 TIN 实例

不同的剖分准则有各自的优点与缺点，无论用哪一种算法，构建的 TIN 网都有所不同，需要在此基础之上进行更正、拟合。

下面介绍三角剖分概念，以便于后面三角剖分算法的实现。三角剖分是代数拓扑学里最基本的研究方法。以曲面为例，需要把曲面剖开成一块块碎片，要求满足以下条件：

1）每块碎片都是曲边三角形；

2）曲面上任何 2 个这样的曲边三角形，要么不相交，要么恰好相交于 1 条公共边（不能同时交 2 条或 2 条以上的边）。

拓扑学的一个已知事实已经表明：任何曲面都存在三角剖分。

假设曲面上有 1 个三角剖分，这样就需要把所有三角形的顶点总个数记为 p（公共顶点只看成 1 个，下同），边数记为 l，三角形的个数记为 n，则 $e=p-l+n$ 是曲面的拓扑不变量，也就是说不管是什么剖分，e 总是得到相同的数值。e 被称为欧拉示性数。

假设 g 是曲面上洞眼的个数（比如球面没有洞，则 $g=0$；又如环面有一个洞，则 $g=1$），那么 $e=2-2g$. 其中，g 也是拓扑不变量，称为曲面的亏格（genus）。

上面列举的是曲面的情形。对于一般的拓扑对象（复形），都有类似的剖分，通常称为单纯剖分。分割出的每块碎片称为单纯形（简称单形）。

软件采用了对话框的形式来构建 TIN 网，即用户自定义对应三角网的缩放系数和颜色，就可形成对应效果的 TIN 网。图 2、图 3 为使用三角网增长算法构建的 TIN 三角网络。

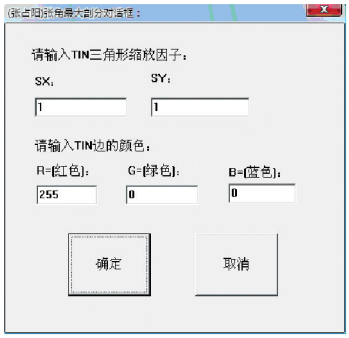


图 2 张角最大对话框
Fig. 2 Dialog box of maximum inclination

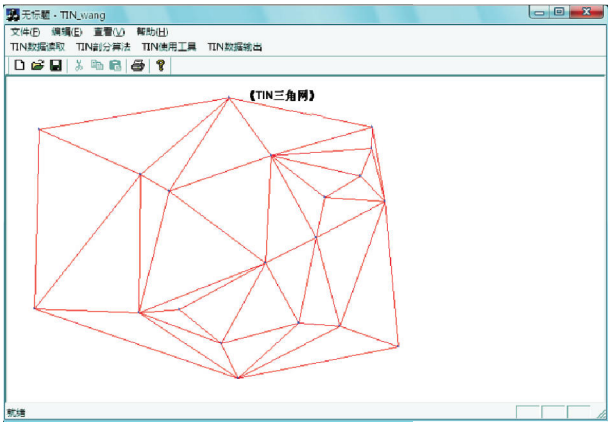


图 3 张角最大三角剖分构建的 TIN
Fig. 3 TIN net of triangulation using maximum inclination

利用张角最大三角剖分算法形成的地形就更加接近实际地表，这是因为它在一定程度上能够弥补由于最短据剖分而造成的某一顶点与基边两端点距离过近而导致的三角形呈扁平状或狭长状态的问题[9]。但它也存在缺点，如张角过大造成原本平缓的地形经程序拟合后形成的模拟地形在某些小区域高低起伏的多样性和不连续性。

图 2 采用的是张角最大三角剖分准则构建的 TIN. 张角最大三角剖分准则构建 TIN 网的对话框和最短距离三角剖分类似，需要在对话框中输入 TIN 三角形缩放系数 s_x 和 s_y 来预定义 TIN 三角网的大小，如当前 TIN 三角形的一边为 AB，A 点坐标为（x_A，y_A），B 点坐标为（x_B，x_B），当 $s_x=s_y$ 时，边 AB 在 x 轴方向和 y 轴方向为等比例缩放，即不会产生 xy 方向变形，对应程序算法为

$$pDC->\text{MoveTo}(x_0+s_x*(x_A-x_0),y_0+s_y*(y_A-y_0));$$

$$pDC->\text{LineTo}(x_0+s_x*(x_B-x_0),y_0+s_y*(y_B-y_0)).$$

当 $s_x!=s_y$ 时，边 AB 就会向 x 轴或 y 轴产生不同程度的拉伸变形（这要取决于 s_x 与 s_y 的大小，$s_x>s_y$ 时，就会向 x 轴方向拉伸变形；$s_y>s_x$ 时，就会向 y 轴方向拉伸变形）。当然，当 s_x，s_y 都小于 1 时整个 TIN 三角网就会不同程度的缩小 s_x，s_y 倍；当 s_x，s_y 大于 1 时整个 TIN 三角网就会不同程度的放大 s_x，s_y 倍；当$s_x=s_y=1$时，构建的 TIN 网为原始大小，而且在 x 轴方向和 y 轴方向无变形。之后需要在对话框中自定义 TIN 边的颜色，通过输入 RGB 的值来初始化将要显示于屏幕的 TIN 网的颜色。最后，点击“确定”即可将对话框中的所有值保存在预定义于 Document 中的张角最大对话框的一个对话框中，再通过在对应程序结构中调用该对象实现其对对话框数据信息的调用与导入并最终实现相应效果。

这样，以对话框的形式来问询用户的需求，达到了一种人机对话、以用户需求为主的目的，使得不同的用户可以根据不同的需要来拟定不同的视图效果。当然张角最大三角剖分肯定也存在对地形模拟的不精确性，但比最短距离三角剖分精确拟合程度要高，这样就可以将两者结合或将其与其他剖分

算法加以结合以求更高的地形拟合度。图 3 为自定义 TIN 缩放系数 $s_x = s_y = 1$，R = 255，G = 0，B = 0（红色）后利用张角最大三角剖分准则构建的 TIN 网。

利用张角最大准则构建的 TIN 网比用最短距离准则形成的 TIN 网质量高，对地形的模拟精度较后者也高，但某些区域也可能出现地形走样、失真，如可能会出现狭长三角形地带，致使利用软件形成的地表与实际地表不符，实际地表为平缓地带，而用软件采用该算法形成的地表为高低起伏较大的地形图。即使这样，也可以在地表中通过插入、移动或删除 TIN 网中的点来调整与实际地形的匹配成功率[10]。

2.3 算法探讨

这里只是通过 2 种剖分算法来构建 TIN 网，因此并不能形成最终的最优 DT 三角网，还需要在此基础之上利用三角剖分准则（如空外接圆准则等）再进行一次剖分构网，才能建成较为合适的、更趋近于地形表面的 TIN 网。当然，也可以使用局部优化过程（local optimization procedure，LOP）优化方法来对地表建网。LOP 法则的基本思想是运用 DT 三角网的空外接圆性质对由 2 个有公共边的三角形组成的四边形进行判断，如果其中一个三角形的外接圆中含有第四个点，则交换四边形的对角线。

这里简单介绍一下 DT 三角剖分。通常情况下，将在空外接圆准则和最大最小角准则下进行的三角剖分称为 Delaunay 三角剖分，简称 DT. 同时，空外接圆准则和最大最小角准则也是 Delaunay 三角网的 2 个基本性质。DT 三角剖分是目前应用最为广泛的三角剖分方法，其特点是能够最大限度地避免狭长三角形的出现以及不管从何处开始构网，都能保持三角形网络的唯一性，这一点在实际应用中相当重要。基于 Delannay 准则的三角网网格生成方法的优点是速度快，网格的尺寸比较容易控制；缺点是对边界的恢复比较困难，很可能造成网格生成的失败，对这个问题的解决方法正在讨论之中。由此看来，对平面三角形网格生成方法，比较成熟的是基于 Delaunay 准则的一类网格剖分方法（如 Bowyer-Watson Algorithm 和 Watson's Algorithm）和波前法（advancing front triangulation，AFT）的网格生成方法。另外，还有一种基于梯度网格尺寸的三角形网格生成方法，这一方法现在还在发展当中。AFT 的优点是对区域边界拟合得比较好，所以在流体力学等对区域边界要求比较高的情况下，常常采用这种方法。它的缺点是对区域内部的网格生成质量比较差，生成速度比较慢。实际上，在任何三角剖分准则情况下的 TIN 只要用 LOP 方法进行优化处理都会得到唯一的 DT 三角网络。

基于此，由于 DT 三角剖分算法对边界的恢复比较困难，并且很可能会造成网格生成的失败，而且分割合并算法为所有 DT 中效率最高的，但对约束数据域不太合适，但三角网增长算法最适合约束数据域，该算法的关键是要解决好候选点的查询问题。可以尝试将约束数据域分为几个小一级的区域，再利用三角网增长算法在满足各个区域约束条件的情况下来构建 TIN 网，最后在保持整个约束条件不变的情况下可以根据需要决定是否再用分割合并算法对一些误差较大的区域再进行优化剖分建网；而对无约束数据域则直接可以利用分割合并算法进行剖分建网，也可以在此基础上利用三角网增长算法进行优化剖分建网。

此外，前文已经提过，逐点插入法虽然实现过程相对简单，所需内存较小，但它的时间复杂度高，所以从时间复杂度方面看，分割合并算法最好。但由于该算法中存在递归，它需要较大内存空间，而在普通的计算机平台上，运行速度慢和占用较大内存都是应该尽量避免的。所以也可以将这 2 种算法进行合并优化，将逐点插入法植入到分割合并算法中，互相取长补短，从而达到较好的时空性能，也很好地体现了两者的优势。具体做法是：以分割合并算法为主体，当递归分割数据集的过程进行到子集中的数据量小于一个预定值——分割阈值时终止，然后用逐点插入法在该子集中生成相应子三角网，这一结合算法理论上也是可以实现的，而且能够降低时间复杂度并在一定程度上提高程序运行效率。

当然，上述只是作者的大胆假设，理论上能够实现。但是，两种算法合并建网肯定存在时间复杂度较大和执行效率较低的问题，会导致不断递归执行，内存开销较大的问题出现，是需要进一步考虑的。需要说明的是，三角网生长算法思路清晰，算法简单，但实现的效率并不高，在该算法基础上的

许多改进算法，其改进点主要集中在“第三点”的搜索和三角形全等的判定上。

3 结论

对于不规则分布数据，采用的剖分准则不同，构建的 TIN 也有所不同，对区域地形的模拟精度也大有差异，此处张角最大剖分准则较之最短距离准则对地形的模拟精度就更高，但无论采取何种剖分算法，都必须满足形成的三角形尽量接近于正三角形、距离最近的点形成三角形和三角形网络的唯一性这 3 个构网准则。因此，在实际中可以根据不同的情况选择不同的剖分算法来建网，以达到所需要求；或者将这几种剖分算法相互融合（如常见的 LOP 局部优化处理方法）来形成一个最佳的、所需的 TIN 网络；当然，也可尝试一些理论上能够实现的算法（如对约束数据域可以首先进行区域分块，再在不同区域中根据约束条件利用三角网增长算法来建网，最后合并各个区域）来进行剖分建网，也可以将分割合并算法与逐点插入算法相互结合，当每一分块的数据域中的数据点个数小于给定数目时可以利用逐点插入算法在此基础之上再进行建网。

[参考文献]（References）

[1] 龚健雅. 地理信息系统基础[M]. 北京：科学出版社，2001.
GONG J Y. Basis of geographic information system[M]. Beijing: Science Press, 2001.（in Chinese）

[2] 郭仁忠. 空间分析[M]. 北京：高等教育出版社，2001.
GUO R Z. Spatial analysis[M]. Beijing: Higher Education Press, 2001.（in Chinese）

[3] 陈述彭，鲁学军，周成虎. 地理信息系统导论[M]. 北京：科学出版社，1999.
CHEN S P, LU X J, ZHOU C H. Introductions of geographic information system[M]. Beijing: Science Press, 1999.（in Chinese）

[4] 汤国安，刘学军，闾国年. 数字高程模型及地学分析的原理与方法[M]. 北京：科学出版社，2005.
TANG G A, LIU X J, LV G N. Principles and methods of digital elevation model and geological analysis[M]. Beijing: Science Press, 2005.（in Chinese）

[5] 傅乐元. 数字地形模型及其地形分析法[J]. 遥感信息，1986（2）：26-32.
FU L Y. Digital terrain model and topographic analysis[J]. Remote Sensing Information, 1986(2): 26-32.（in Chinese）

[6] 柯正谊，何建邦，池天河. 数字地面模型[M]. 北京：中国科学技术出版社，1993.
KE Z Y, HE J B, CHI T H. Digital terrain model[M]. Beijing: China Science & Technology Press,1993.（in Chinese）

[7] 刘学军，符锌砂. TIN 数模的点单位算法及网形优化[J]. 中国公路学报，1997，10（2）：24-31.
LIU X J, FU X S. A algorithm of triangulation based points for constructing TIN and it's adjusting on feature-line[J]. China Journal of Highway and Transport, 1997, 10(2): 24-31.（in Chinese）

[8] 武晓波，王世新，肖春生. Delaunay 三角网的生成算法研究[J]. 测绘学报，1999，28（1）：28-35.
WU X B, WANG S X, XIAO C S. A new study of Delaunay triangulation creation[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 1999, 28(1): 28-35.（in Chinese）

[9] 刘少华，程朋根，陈斐，等. TIN 构建算法的研究及 OpenGL 下三维可视化[J]. 计算机工程与应用，2003（18）：72-74，218.
LIU S H, CHENG P G, CHEN F, et al. A study of algorithm for generation TIN and 3D visualization in OpenGL environment[J]. Computer Engineering and Applications, 2003(18): 72-74, 218.（in Chinese）

[10] 刘学军，赵吉先，符锌砂. 三角网数字地面模型的动态修改与编辑[J]. 中国公路学报，2000，13（4）：16-20.
LIU X J, ZHAO J X, FU X S. Research on dynamic modification for an existed triangulation irregular net (TIN)[J]. China Journal of Highway and Transport, 2000, 13(4): 16-20.（in Chinese）