火星探测器进入段自适应滑模制导律设计

许 康，马广富，李晓宇，周远强

（哈尔滨工业大学航天学院，哈尔滨 150001）

摘要：针对火星探测器进入段制导问题，设计自适应滑模制导律。首先，建立火星探测器进入段运动学模型，并对侧向运动方程进行线性化。基于由开伞点高度和飞行路径角构建的性能指标，采用 Legendre 伪光谱法优化得到进入段的标称轨迹和相应的阻力加速度。然后，采用神经网络逼近进入段参数不确定性，并设计自适应滑模制导律。最后，数学仿真结果表明，此设计方法能有效逼近系统不确定性，制导律优于传统的比例微分制导律。

关键词：飞行器控制、导航技术；火星探测器；进入段；伪光谱法；神经网络；自适应滑模制导

中图分类号：V448 **文献标识码**：A **文章编号**：1674-2850(2014)12-1213-06

Design of adaptive sliding mode entry guidance law for Mars probe

XU Kang, MA Guangfu, LI Xiaoyu, ZHOU Yuanqiang

(*School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin* 150001, *China*)

Abstract: Considering Mars probe entry guidance law design problem, an adaptive sliding mode guidance law is presented. Firstly, the entry motion model of Mars probe is established and lateral motion model is linearized. Based on existing performance index, a nominal trajectory is designed using Legendre pseudo spectral method and drag. Then, a neural network is introduced to approximate the uncertainty throughout whole entry phase and an adaptive sliding mode guidance law is designed based on it. At last, simulation results show a more effective performance of the guidance law presented in this paper compared with traditional proportion differential guidance law.

Key words: aircraft control, navigation technology; Mars probe; entry phase; pseudo spectral method; neural network; adaptive sliding mode guidance

0 引言

火星探测器进入段是整个着陆过程的一个关键环节，开伞点的精度对于最后的落点精度有很大影响。目前，已经发射的火星探测器，除火星科学实验室（Mars Science Laboratory，MSL）外，均不采用进入段闭环制导，由于火星大气不确定性的影响，采用开环制导会产生较大的落点偏差[1]。因此，对进入段制导律研究十分必要。

火星探测器进入段制导主要采用标称轨迹跟踪制导，因与地球再入制导相似，所以有较多研究成果可以借鉴。TU 等[2]将进入段运动学方程改为以能量为自变量，通过引入更新函数以一定频率对标称轨迹进行迭代修正，最后采用 PD 制导律对标称轨迹进行跟踪。WU 等[3]采用了与文献[1]中相同的标称轨迹规划法，通过引入扩展高增益观测器，对运动学方程中的非线性项进行估计，并采用 PD 制导律对标称轨迹进行跟踪。CHANG 等[4]根据拟平衡条件计算出航程最小和最大时以能量为自变量的阻力加速度曲线，并通过对这两组阻力加速度曲线插值实时求解标称阻力加速度，最后引入扩展观测器对运动学方程中的非线性项进行估计，并结合 PD 制导律对标称轨迹进行跟踪。

基金项目：国家自然科学基金（61174200）；高等学校博士学科点专项科研基金（20102302110031）
作者简介：许康（1989—），男，博士研究生，主要研究方向：火星探测制导与姿态控制
通信联系人：马广富，教授，主要研究方向：导航、制导与控制. E-mail：magf@hit.edu.cn

BENITO 等[5]结合广义预测控制的思想，同时为减小横程误差，结合性能指标的变化率对制导律进行实时修正。

针对火星探测器进入环境不确定性大的特点，设计自适应滑模制导律。首先，建立进入段运动学模型。然后，采用 Legendre 伪光谱法优化出标称轨迹，并设计自适应滑模制导律跟踪标称轨迹。最后，通过 Monte Carlo 仿真与传统 PD 制导律进行对比。

1 进入段运动学模型

如图 1 所示，火星探测器进入段运动学模型建立在探测器北天东坐标系下，通过控制倾侧角的大小及符号实现升力大小和方向的改变，进而实现纵向和横向的机动。

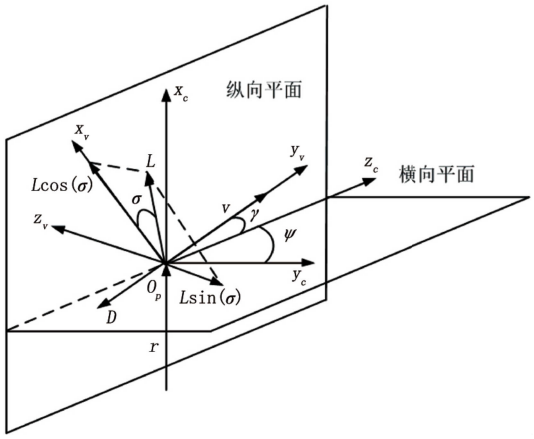


图 1 探测器北天东坐标系与速度坐标系关系
Fig. 1 Relationship between north east coordinate system and velocity coordinate system

具体的运动学方程如下[2]：

$$\begin{aligned}
&\dot{r} = v\sin(\gamma),\\
&\dot{v} = -D - g\sin(\gamma) + \Gamma_v,\\
&\dot{\gamma} = \frac{L\cos(\sigma)}{v} - \left(\frac{g}{v} - \frac{v}{r}\right)\cos(\gamma) + C_\gamma + \Gamma_\gamma,\\
&\dot{\theta} = \frac{v}{r}\frac{\cos(\gamma)\cos(\psi)}{\cos(\phi)},\\
&\dot{\phi} = \frac{v}{r}\cos(\gamma)\sin(\psi),\\
&\dot{\psi} = -\frac{L\sin(\sigma)}{v\cos(\gamma)} - \frac{v}{r}\cos(\gamma)\cos(\psi)\tan(\phi) + C_\psi + \Gamma_\psi,
\end{aligned} \tag{1}$$

其中，C_γ，Γ_γ，Γ_v，C_ψ，Γ_ψ 为与火星自转有关的小量，实际应用中可以忽略；r 为探测器距火星质心的距离；v 为探测器速度；γ 为飞行路径角；θ 为探测器的经度；ϕ 为探测器的纬度；ψ 为航向角；g 为火星表面重力加速度；L 和 D 分别为单位质量的升力加速度和阻力加速度，两者的表达式为

$$\begin{aligned}
&L = \frac{1}{2}\rho v^2\frac{S}{M}C_{\mathrm{L}},\\
&D = \frac{1}{2}\rho v^2\frac{S}{M}C_{\mathrm{D}},\\
&h = r - R_{\mathrm{m}},\\
&\rho = \rho_0 \mathrm{e}^{-\frac{h}{h_{\mathrm{s}}}},
\end{aligned} \tag{2}$$

其中，ρ 为火星大气密度；R_{m} 为火星半径；h_{s} 为火星大气密度标高；ρ_0 为火星表面大气密度；C_{L} 为升力系数；C_{D} 为阻力系数；$\frac{S}{M}$为面质比。

由式（1）不难看出：纵向运动可以与横向运动解耦，取阻力加速度 D 为输出，取 $u=\cos(\sigma)$ 为输入进行输入输出反馈线性化，可得如下纵向运动方程：

$$\begin{cases}
\dot{D} = -Dv\sin(\gamma)/h_{\mathrm{s}} - 2D/v[D + g\sin(\gamma)],\\
\ddot{D} = a + bu,
\end{cases} \tag{3}$$

其中，

$$a=-\dot{D}\left[\frac{v\sin(\gamma)}{h_s}+\frac{4D}{v}+\frac{2g\sin(\gamma)}{v}\right]+\frac{D\sin(\gamma)}{h_s[D+g\sin(\gamma)]}-\frac{2D}{v^2[D+g\sin(\gamma)]^2}+$$
$$\frac{4Dg\sin^2(\gamma)}{r}+\frac{D\cos^2(\gamma)}{h_s\left(g-\frac{v^2}{r}\right)}+\frac{2Dg\cos^2(\gamma)}{v^2\left(g-\frac{v^2}{r}\right)};\tag{4}$$
$$b=-DL\cos(\gamma)\left(\frac{2g}{v^2}+\frac{1}{h_s}\right).$$

2 基于 Legendre 伪光谱法的标称轨迹规划

进入段轨迹规划问题可以通过选取性能指标，进而将该问题转换为最优控制问题进行求解。求解最优控制问题主要有间接法和直接法。间接法基于变分法和庞德里亚金极小值原理求解两点边值问题，如果状态约束非线性程度大，很难通过求解偏微分方程得到解析解，而且协态方程的初值猜测具有一定困难；直接法则是通过一定策略将系统离散化，将最优控制问题设为求解非线性规划问题进行求解，Legendre 伪光谱法就是一种非常有效的离散化方法[6]。

Legendre 伪光谱法的一般思路是将时间区间转换到 $\tau=[-1,1]$ 之间，并离散化为 N 个离散点 τ_1，τ_2，…，τ_N，以此逼近所需的状态变量、控制变量以及约束和性能指标中的微分和积分。这里选取文献[7]中的性能指标：

$$J=-k_h h(t_f)+k_\gamma\gamma^2(t_f),\tag{5}$$

其中，k_h 和 k_γ 均为正常数；$h(t_f)$ 和 $\gamma(t_f)$ 分别为探测器末端高度和末端飞行路径角，此性能指标能有效保证探测器开伞点高度不至于过低，并且末端轨迹平滑。这里将探测器的初末状态设为定值，应用 Legendre 伪光谱法可以将性能指标和控制约束分别离散化为如下形式：

$$\begin{aligned}&J=-k_h h(\tau_N)+k_\gamma\gamma^2(\tau_N),\\&-1\leqslant u(\tau_k)\leqslant 1,\end{aligned}\tag{6}$$

其中，$u(\tau_k)$ 为整个过程中每个离散点对应的控制量。最后，应用非线性规划求解器就可以求解出标称轨迹。

3 自适应滑模制导律设计

由于进入段环境不确定性的影响，ρ_0，h_s，升阻比 $\frac{L}{D}$ 和弹道系数 B 均存在不确定性，因此，式（3）中的 a 和 b 可以写为

$$\begin{cases}a=\bar{a}+\Delta a,\\b=\bar{b}+\Delta b.\end{cases}\tag{7}$$

由于 u 存在控制饱和，为抑制饱和，可以定义 $\delta=\mathrm{sat}(u)-u$，将控制量改写为 $u+\delta$，可以得到 $\ddot{D}=\bar{a}+\Delta a+(\bar{b}+\Delta b)(u+\delta)$，令 $d=\Delta a+(\bar{b}+\Delta b)\delta+\Delta bu$，可以得到 $\ddot{D}=\bar{a}+\bar{b}u+d$. 定义新的变量

$$\begin{cases}x_1=D-D_r,\\x_2=\dot{D}-\dot{D}_r,\end{cases}\tag{8}$$

可以得到

$$\begin{cases}\dot{x}_1 = x_2,\\ \dot{x}_2 = \bar{a} + \bar{b}u - \ddot{D}_r + d.\end{cases} \tag{9}$$

为设计制导律方便，首先做出如下假设。

假设 1：系统的不确定项 d 有界且有 $|d| \leqslant d_{\max}$.

采用径向基函数（radial basis function，RBF）神经网络逼近 d：

$$d = \boldsymbol{w}^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{\Theta}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\alpha}^*) + e, \tag{10}$$

其中，$\boldsymbol{w}^*$ 为逼近值；e 为有界的逼近误差；$\boldsymbol{\Theta}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\alpha}^*)$ 为高斯基函数，令 $\boldsymbol{\alpha}^* = \boldsymbol{\alpha}$，其表达式可写为

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{\Theta}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\alpha}) = [\Theta_1(\boldsymbol{x}, \alpha_1), \Theta_2(\boldsymbol{x}, \alpha_2), \cdots, \Theta_m(\boldsymbol{x}, \alpha_m)]^{\mathrm{T}},\\ &\Theta_i(\boldsymbol{x}, \alpha_i) = \exp\left(-\frac{(x_1-\alpha_i)^2 + (x_2-\alpha_i)^2}{2\beta_i^2}\right),\end{aligned} \tag{11}$$

其中，$\boldsymbol{\alpha}$ 为中心向量；β_i 为高斯基函数的宽度；m 为隐层神经元的个数。定义 d 的估计量为 $\hat{\boldsymbol{w}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Theta}(\boldsymbol{x}, \hat{\boldsymbol{\alpha}})$（$\hat{\chi}$ 表示估计值），则有

$$\begin{aligned}d - \hat{\boldsymbol{w}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Theta}(\boldsymbol{x}, \hat{\boldsymbol{\alpha}}) &= \boldsymbol{w}^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{\Theta}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\alpha}^*) - \hat{\boldsymbol{w}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Theta}(\boldsymbol{x}, \hat{\boldsymbol{\alpha}}) + e\\ &= \boldsymbol{w}^{*\mathrm{T}}[\boldsymbol{\Theta}(\boldsymbol{x}, \hat{\boldsymbol{\alpha}}) + \boldsymbol{A}\tilde{\boldsymbol{\alpha}} + \boldsymbol{o}^2(\boldsymbol{x}, \tilde{\boldsymbol{\alpha}})] - \hat{\boldsymbol{w}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Theta}(\boldsymbol{x}, \hat{\boldsymbol{\alpha}}) + e\\ &= \tilde{\boldsymbol{w}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Theta}(\boldsymbol{x}, \hat{\boldsymbol{\alpha}}) + \boldsymbol{w}^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\tilde{\boldsymbol{\alpha}} + \boldsymbol{w}^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{o}^2(\boldsymbol{x}, \tilde{\boldsymbol{\alpha}}) + e\\ &= \tilde{\boldsymbol{w}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Theta}(\boldsymbol{x}, \hat{\boldsymbol{\alpha}}) + \hat{\boldsymbol{w}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\tilde{\boldsymbol{\alpha}} + \tilde{\boldsymbol{w}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\tilde{\boldsymbol{\alpha}} + \boldsymbol{w}^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{o}^2(\boldsymbol{x}, \tilde{\boldsymbol{\alpha}}) + e,\end{aligned} \tag{12}$$

其中，$\boldsymbol{A}$ 为 $\boldsymbol{\Theta}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\alpha})$ 关于 $\hat{\boldsymbol{\alpha}}$ 的 Jacobi 矩阵，设 $E = \tilde{\boldsymbol{w}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\tilde{\boldsymbol{\alpha}} + \boldsymbol{w}^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{o}^2(\boldsymbol{x}, \tilde{\boldsymbol{\alpha}}) + e$（$\tilde{w}$ 表示逼近值与估计值的偏差值），并做出如下假设。

假设 2：系统不确定项的估计误差有界且有 $|E| \leqslant E^*$.

取滑模面为 $\dot{s} = \dot{x}_2 + c\dot{x}_1 = \bar{a} + \bar{b}u - \ddot{D}_r + d + cx_2$，针对上述问题可以设计制导律为

$$\begin{aligned}&u = u_{\mathrm{eq}} + u_{\mathrm{NN}},\\ &u_{\mathrm{eq}} = \frac{1}{\bar{b}}(\ddot{D}_r - \bar{a} - cx_2),\\ &u_{\mathrm{NN}} = \frac{1}{\bar{b}}[-\hat{\boldsymbol{w}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Theta}(\boldsymbol{x}, \hat{\boldsymbol{\alpha}}) - \mathrm{sgn}(s)\hat{E} - \gamma_4 s],\\ &\dot{\hat{\boldsymbol{w}}} = \gamma_1 s\,\boldsymbol{\Theta}(\boldsymbol{x}, \hat{\boldsymbol{\alpha}}),\ \dot{\hat{\boldsymbol{\alpha}}} = \gamma_2 s\,\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{w}},\ \dot{\hat{E}} = \gamma_3|s|.\end{aligned} \tag{13}$$

其中，u_{eq}为前馈控制；u_{NN}为神精网络控制。为证明其收敛，可选 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2}s^2 + \frac{1}{2\gamma_1}\tilde{\boldsymbol{w}}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{w}} + \frac{1}{2\gamma_2}\tilde{\boldsymbol{\alpha}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\alpha} + \frac{1}{2\gamma_3}\tilde{E}^2, \tag{14}$$

其中，γ_1，γ_2，γ_3 均为正常数。对 V 求导可得

$$\begin{aligned}\dot{V} &= s\dot{s} + \frac{1}{\gamma_1}\tilde{\boldsymbol{w}}^{\mathrm{T}}\dot{\tilde{\boldsymbol{w}}} + \frac{1}{\gamma_2}\tilde{\boldsymbol{\alpha}}^{\mathrm{T}}\dot{\tilde{\boldsymbol{\alpha}}} + \frac{1}{\gamma_3}\tilde{E}\dot{\tilde{E}}\\ &= s[\tilde{\boldsymbol{w}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Theta}(\boldsymbol{x}, \hat{\boldsymbol{\alpha}}) + \tilde{\boldsymbol{\alpha}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{w}} - \mathrm{sgn}(s)\hat{E} + E - \gamma_4 s] - \frac{1}{\gamma_1}\tilde{\boldsymbol{w}}^{\mathrm{T}}\dot{\hat{\boldsymbol{w}}} - \frac{1}{\gamma_2}\tilde{\boldsymbol{\alpha}}^{\mathrm{T}}\dot{\hat{\boldsymbol{\alpha}}} - \frac{1}{\gamma_3}\tilde{E}\dot{\hat{E}}\\ &\leqslant -\gamma_4 s^2 + \tilde{\boldsymbol{w}}^{\mathrm{T}}\left[-\frac{1}{\gamma_1}\dot{\hat{\boldsymbol{w}}} + s\boldsymbol{\Theta}(\boldsymbol{x}, \hat{\boldsymbol{\alpha}})\right] + \tilde{\boldsymbol{\alpha}}^{\mathrm{T}}\left(-\frac{1}{\gamma_2}\dot{\hat{\boldsymbol{\alpha}}} + s\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{w}}\right) + \tilde{E}\left(-\frac{1}{\gamma_3}\dot{\hat{E}} + |s|\right)\\ &= -\gamma_4 s^2 \leqslant 0.\end{aligned} \tag{15}$$

根据 Barbalat 引理可证得系统全局渐进稳定。至此，纵向制导律设计完毕。

4 仿真结果分析

为规划出系统的标称轨迹，取探测器进入段初末状态变量，如表 1 所示。

表 1 火星探测器初末状态

Tab. 1 Initial and terminative states of Mars probe

参数名称	r/km	θ/°	ϕ/°	v/(m/s)	γ/°	ψ/°	σ/°	$\dot{\sigma}$/(°/s)	$\ddot{\sigma}$/(°/s)
初始值	3 520.76	−90.072	−43.898	5 505	−14.15	4.99	0	0	—
过程最小值	3 396.20	−180.000	−90.000	0	−45.00	−90.00	−80	−20	−5
过程最大值	3 520.76	180.000	90.000	6 000	−1.00	90.00	80	20	5
末端最小值	3 404.20	−73.300	−41.600	320	−45.00	−90.00	−80	−20	−5
末端最大值	3 404.20	−73.300	−41.600	480	−1.00	90.00	80	20	5

探测器质量 m 取 2 200 kg；迎风面积 S 取 12.882 5 m^2；升力系数 C_L 取 0.36；阻力系数 C_D 取 1.45；火星表面大气密度 ρ_0 取 0.015 8 kg/m^3；火星引力常数 μ 取 4.284×10^{13} m^3/s^2；性能指标中的常量取 $k_h=91.4$ deg^{-2}，$k_\gamma=1$ m^{-1}. 应用前文提到的 Legendre 伪光谱法可以得到标称轨道对应的倾侧角曲线及阻力加速度曲线，如图 2、图 3 所示。

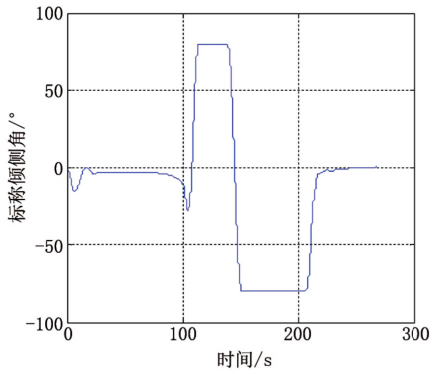


图 2 标称倾侧角曲线

Fig. 2 Nominal bank angle profile

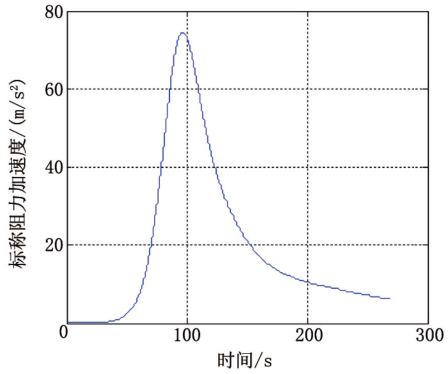


图 3 标称阻力加速度曲线

Fig. 3 Nominal drag acceleration profile

由图 2、图 3 不难看出，应用 Legendre 伪光谱法成功求解出进入段的标称轨迹，且满足给定的约束条件。

取神经网络隐层神经元个数为 15，制导律部分取控制器参数如下：

$$\begin{aligned}&\hat{\boldsymbol{\alpha}}_0=[-7,-6,\cdots,0,\cdots,6,7]^{\mathrm{T}}_{1\times15},\\&\hat{\boldsymbol{w}}_0=[0,\cdots,0]^{\mathrm{T}}_{1\times15},\\&\beta_i=50,\\&c=0.02,\gamma_1=0.01,\gamma_2=0.001,\\&\gamma_3=0.01,\gamma_4=0.001.\end{aligned}\tag{16}$$

与其对照的 PD 制导律控制器参数为

$$\begin{aligned}&u=-\frac{1}{\bar{b}}(-\ddot{D}_r+\bar{a}+k_dx_2+k_px_1),\\&k_p=0.01,k_d=0.02.\end{aligned}\tag{17}$$

侧向制导中的倾侧角翻转逻辑取标称倾侧角翻转逻辑。参数不确定性如表 2 所示。

表 2 参数不确定性

Tab. 2 Uncertainty of parameters

参数	不确定性 (3-σ)
r_0/km	±500
θ_0/°	±0.1
ϕ_0/°	±0.1
v_0/(km/s)	±50
γ_0/°	±0.1
ψ_0/°	±0.1
L/D	±5%
ρ_0/(km/m^3)	±5%
h_s/km	±5%
B/(km/m^2)	±5%

进行 500 次 Monte Carlo 仿真，可得如图 4、图 5 所示结果。

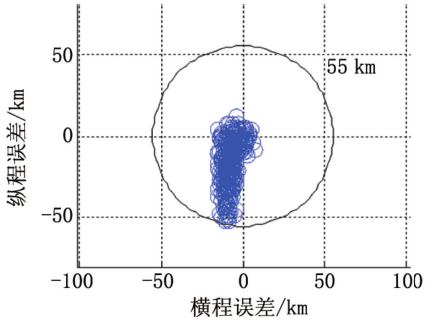


图 4　自适应滑模制导律落点分布
Fig. 4　Entry point dispersion of adaptive sliding mode guidance law

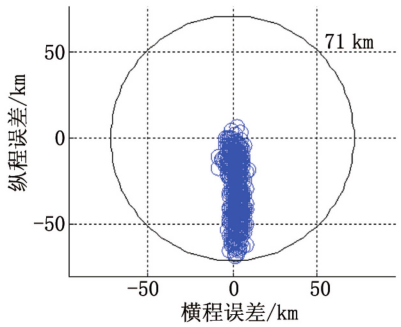


图 5　PD 制导律落点分布
Fig. 5　Entry point dispersion of PD guidance law

由图 4、图 5 可知：这里所设计的自适应滑模制导律能够在系统不确定性较大的情况下，提高落点精度，相对于传统 PD 制导律有更好的制导效果。

5　结论

针对火星探测器进入过程环境不确定性大和存在输入饱和这些特点，将运动学方程中的非线性项整合，并用神经网络对其逼近，最后结合强鲁棒性的自适应滑模控制设计了制导律，由仿真结果不难看出：在相同不确定性影响下，与传统 PD 制导律相比，研究所设计的自适应滑模制导律将开伞点精度由 71 km 提高到 55 km，表明所设计的制导律鲁棒性较好。因采用标称轨道的倾侧角翻转逻辑，未通过构建视线角误差确定翻转逻辑，所以横程误差较大。

[参考文献] (References)

[1] BRAUN R D, MANNING R M. Mars exploration entry, descent, and landing challenges[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2007, 44(2): 310-323.

[2] TU K Y, MUNIR M S, MEASE K D, et al. Drag-based predictive tracking guidance for Mars precision landing[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2000, 23(4): 620-628.

[3] WU K, CUI H T, CUI P Y. Extended high-gain observer for Mars entry guidance[J]. Telkomnika Indonesian Journal of Electrical Engineering, 2013, 11(2): 717-725.

[4] CHANG S T, SU M, ZHANG D, et al. Extended state observer based non-iteration predicted entry guidance[C]// 2012 Proceedings of International Conference on Modelling, Identification & Control (ICMIC), IEEE. Wuhan: IEEE, 2012: 740-745.

[5] BENITO J, MEASE K D. Nonlinear predictive controller for drag tracking in entry guidance[C]//Proceedings of the AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit. Honolulu, Hawaii: AIAA, 2008: 539-543.

[6] 罗建军，王明光，袁建平. 基于伪光谱方法的月球软着陆轨道快速优化[J]. 宇航学报，2007，28 (5)：1119-1122.
LUO J J, WANG M G, YUAN J P. The legendre pseudospectral method for rapid lunar soft-landing trajectory optimization[J]. Journal of Astronautics, 2007, 28(5): 1119-1122. (in Chinese)

[7] BENITO J, MEASE K D. Reachable and controllable sets for planetary and landing[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2010, 33(3): 641-645.